

## The stability and control of motorcycle

### モーターサイクルの安定性と制御

#### INTRODUCTION (はじめに)

Segel 以降四輪車のステアリング挙動の理論研究は、その主題への理解を転換させてきており、価値ある設計情報や設計評価技術を提供してきた。比較し、平行して行われてきた二輪車に関連した研究は、あまり成果をあげることができず、現在の 2 輪の設計は理論研究の成功による成果より、むしろ経験に頼っている。

モーターサイクルの安定性と制御における実用性のある理論とは、極低速時の実際の明らかな不安定さ、中速時速度での“手放し運転”制御の可能性（すなわち、ステアリングトルクを直接かけない制御）、もしくは高速時の振動不安定の発生の可能性と一致しなければならない。これらは Peatrsal によって“Speedman's wobble”として記述されている。これらは、現在の実践設計に対するいくつかの説明を提供しているものであり、核心的な最適化をカバーする事を念頭に置き、モーターサイクル設計の経験主義をサポートすることを理想としている。（たとえば、重心は可能な限り低く、前にするなど。）

車の場合、Segel は次のことを観測した。様々なドライバーは、それぞれの割合で固定制御か自由制御を使用し、しかも特定のドライバーは自分の運転する車に合わせるためにこれらの割合を選択することができた。モーターサイクルの場合、通常発生している非常に小さな角度のステアリングが固定制御を困難にしている事、手放し運転状態においては車体の固定制御特性は動きに関係ないため、自由制御の挙動は比較的重要になる。

結果、この論文の主題である研究は自由制御におけるモーターサイクルの適用可能な数値モデルの開発、及び複数の典型的な安定特性をしめし、これらの特性がどのように様々なパラメタに依存しているかを示すため、その様なモデルの利用法へと向けた。また、車のハンドリングの質の決定において定常状態での制御力の勾配が重要なパラメタであるという Segel の結論、航空機の場合においてもそれが同様であるという彼の報告の灯りのもと、定常状態の挙動を研究してきた。このモデルは容易に固定制御の場合に当てはまり、適切な結果が得られている。

解析における特に困難な事象は、タイヤの扱いである。Whipple, Pearsall, Collins は横滑り自由度のないタイヤを考慮し、一方、Kondo, Nagaoka, Yoshimura はこの自由度を考慮したが、空気の入ったタイヤ付ホイールの操舵と定常値へ向かう横方向の力の確立との間の遅れを無視した。これはホイールのシミ現象において非常に重要である。これらの結果には、タイヤの挙動に関する 3 つの選択的な仮定のそれぞれの依存している事が得られており、また比較されている。

## NOTATION (表記方法)

|                                  |                                               |
|----------------------------------|-----------------------------------------------|
| $(A), (B)$                       | 行列                                            |
| $a, b, \dots, t$                 | 寸法 (Fig.1)                                    |
| $C_{f1}, C_{r1}$                 | フロント、リアタイヤ コーナーリング剛性                          |
| $C_{f2}, C_{r2}$                 | フロント、リアタイヤ キャンバー剛性                            |
| $C_{rxy}$                        | リアフレームの各軸上の慣性乗積                               |
| $g$                              | 重力加速度                                         |
| $I_{fx}, I_{fy}, I_{fz}$         | フロントフレームの慣性モーメント ( $OX_4Y_4Z_4$ に平行で質量中心を通る軸) |
| $I_{rx}, I_{ry}, I_{rz}$         | リアフレームの慣性モーメント ( $OX_2Y_2Z_2$ に平行で質量中心を通る軸)   |
| $i$                              | エンジンフライホイールの極慣性モーメント                          |
| $i_{fy}$                         | フロントホイールの極慣性モーメント                             |
| $i_{rz} = i_{rx}$                | リアホイールのキャンバー慣性モーメント                           |
| $i_{ry}$                         | リアホイールの極慣性モーメント                               |
| $K$                              | ステアリングダンパー係数                                  |
| $M_f$                            | フロントフレーム質量                                    |
| $M_r$                            | リアフレーム質量                                      |
| $p_f, q_f, r_f$                  | $OX_4Y_4Z_4$ 軸に関するフロントフレームの角速度成分              |
| $p_r, q_r, r_r$                  | $OX_2Y_2Z_2$ 軸に関するリアフレームの角速度成分                |
| $q, Q_q$                         | 一般力 及び成分                                      |
| $Q_{x1}, Q_{y1}$                 | 軸 $OX_1OY_1$ に沿った力 $Q_{x0}, Q_{y0}$ の成分       |
| $r$                              | ヨーイング速度 ( $=\dot{\psi}$ )                     |
| $T$                              | システム全体の総運動エネルギーである $T_f, T_r, T_w$ の合計        |
| $T_f, T_r$                       | (ホイールの回転は除く) フロントとリアフレームの運動エネルギー              |
| $T_w$                            | ホイールの回転による運動エネルギー                             |
| $V, V_f, V_r$                    | トータル、フロント、リアの位置エネルギー                          |
| $v$                              | 横方向の速度 ( $=\dot{y}_1$ )                       |
| $(X)$                            | 振幅の列マトリクス $X_1, X_2$ 等々                       |
| $X_f, Y_f, Z_f, X_r, Y_r, Z_r$   | フロント、リアの接地点に作用する力 (Fig.5)                     |
| $X_1, X_2$                       | 横方向、ヨーイングの速度振幅                                |
| $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ | $OX_0Y_0Z_0$ 系における点 A の成分と速度                  |
| $x_1, y_1, \dot{x}_1, \dot{y}_1$ | $OX_1Y_1Z_1$ 系における点 A の速度と加速度                 |
| $Y'_f, Y'_r$                     | 定常状態でタイヤの横力                                   |
| $\alpha_f, \alpha_r$             | フロント、リアタイヤのサイドスリップ角                           |

|                      |                                   |
|----------------------|-----------------------------------|
| $\gamma$             | 有効なフロントホイール操舵角 (Fig.6)            |
| $\Delta$             | ステアリング速度 ( $=\dot{\delta}$ )      |
| $\varepsilon$        | ステアリングヘッド角 (Fig.1)                |
| $\zeta$              | フロントフレーム重心の速度 $G_f$               |
| $\eta$               | リアフレーム重心の速度 $G_r$                 |
| $\theta_f, \theta_r$ | フロント、リアホイールの角度成分                  |
| $R$                  | エンジンのフライホイールとリアホイールのギア比           |
| $\mu$                | 指数係数                              |
| $\sigma_f, \sigma_r$ | フロント、リアタイヤそれぞれの relaxation length |
| $\tau$               | ライダーが作用させる操舵トルク                   |
| $\Phi$               | ロール速度 ( $=\dot{\phi}$ )           |
| $\phi_f$             | フロントホイールのキャンバー角                   |
| $\psi, \phi, \delta$ | 角度変位                              |

## PHYSICAL DESCRIPTION OF MODEL (モデル説明)

モデルは以下の仮定を前提に構成されている。

1. モデルは、自由度をもつステアリング軸にて結合された二つの剛体フレームにより構成される。操舵用のフロントフレームの自由度は、線形ステアリングダンパーにより拘束されている。
2. フロントフレームはフロントフォーク、ホイール、ハンドルバー、フィッティングにて構成される。
3. リアフレームは、メインフレーム (main structure)、エンジンとギアボックス、ガソリンタンク、シート、リアフォーク、リアホイール等々、及び剛体であり動きがないライダーにて構成されている。
4. フロントフレームとリアフレームは縦の対称面を持っており、ステアリング軸に平行でフロントフレームの重心を通る軸は主軸の一つである
5. ホイールはそれぞれ地面と点接触している剛体円盤であり、縦方向のスリップのない回転とする。
6. エンジンのフライホイールの回転軸は横方向である。
7. マシンは等速で前進移動し、サイドスリップ、ヨー、ロール方向の自由度を有し、前方に等速運動する。
8. 空気力学的なサイドフォース、ヨーイングモーメント、ローリングモーメントはタイヤの影響に比べ小さいことから、マシンの通過する空気は静止しているものとする。引き下げ、引き上げ、及びピッチングのモーメントの影響とは、タイヤの垂直荷重を修正することであり、また想定された等速運動を十分に維持するため、ドライビングホイールにおいて必要な縦方向の力を作ることである。これらの効果は横すべり (Side Slip) と、キャンバー角に対してタイヤに働く横力 (Side force) に関連する係数における変化により説明できる。
9. タイヤ部分の空気の流れは考慮しない。これは、リアタイヤに対してはその効果が小さく、また、フロントタイヤに対しては機械的なトレールの影響その効果が小さいからあり、また機械的なトレールそのものの変化の影響は結果の中に含まれる

10. フロントタイヤにおける抵抗力はタイヤの横力（サイドフォース）に比べ小さい。

剛体ホイールを有するモーターサイクルが平坦な平面を移動することと、ピッチに対して自由度がないという仮定は厳密に言えば相容れないものである。ハンドルバーが回転するに従って、接地点に対するフロントタイヤは一般的には垂直方向に動くのであるが、問題は、つまり、接地を維持するために地面も垂直に移動した様に扱ってしまうことである。通常走行でのこれらの垂直方向の動きの小ささ、タイヤとサスペンションの柔軟性と路面の凹凸を無視してきた事実を心に留め置くと、この事はこの仮定をわずかに拡張しただけとみなせる。

モーターサイクルは Fig.1 の図によって表現される。

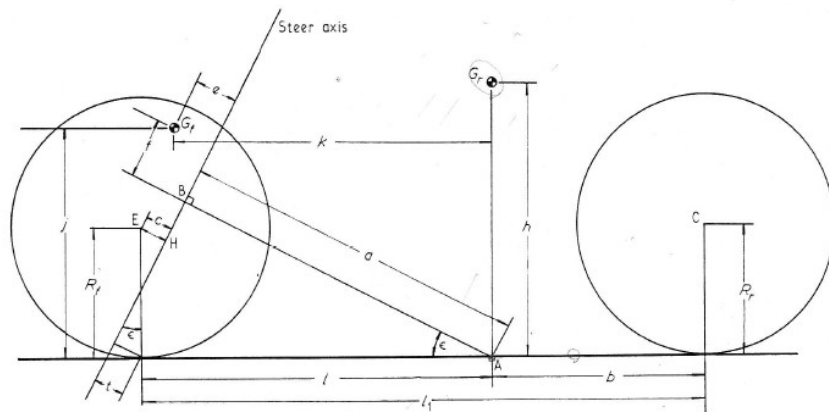


Fig. 1. Diagrammatic representation of the motorcycle

リアフレームの重心を含む垂直横断面、対称な縦方向面、地面の交点として A 点は定義される。A は乗り物と共に動く右手系直行軸  $AX_2Y_2Z_2$  の原点である。乗り物が直立しているとき、 $AX_2$  は前方向に水平に、 $AY_2$  は水平で右舷方向に、 $AZ_2$  は垂直下方向となる。

フロントフレームの重心  $G_f$  はもうひとつの右手系の原点で直行軸は  $G_fX_4Y_4Z_4$  で設定されている。これはフロントフレームと共に動く。乗り物が直立している状態で  $G_fX_4$  は縦方向対称面でステアリング軸に垂直の軸である。 $G_fY_4$  は  $AY_2$  に平行、 $G_fZ_4$  はステアリング軸に平行（下向きを正）である。モーターサイクルの運動は Fig.2 において示した点 A の  $x_0y_0$  成分と角変位  $\psi\phi\delta$  からなる慣性軸  $OX_0Y_0Z_0$  によって表現される。点 O は地面に固定されている。

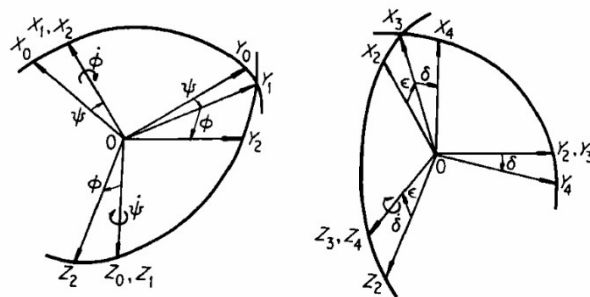


Fig. 2. Axis systems, angular displacements and velocities

座標系  $OX_0Y_0Z_0$  からスタートして他の軸の方向は次のように決まる。 $OZ_0$  について  $\psi$  回転すると  $OX_1Y_1Z_1$  になる。 $OX_1$  軸について  $\phi$  回転すると  $OX_2Y_2Z_2$  になる。次に  $OY_2$  について  $\epsilon$  回転し、最後に  $OZ_3$  について  $\delta$  回転すると

OX<sub>4</sub>Y<sub>4</sub>Z<sub>4</sub>になる。

## EQUATIONS OF MOTION (運動方程式)

運動方程式はラグランジュ方程式により導かれる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} = Q_q \quad \dots\dots (1)$$

バイクの位置は、慣性軸 OX<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub> に関係付け定義され、点 A の成分 x<sub>0</sub> y<sub>0</sub>、リアフレームを定義するヨー角ψ、ロール角φ、フロントフレームとリアフレームを関係を定義する操舵角δ、ホイールとエンジンフライホイールの角度位置を定義するθ<sub>f</sub>、θ<sub>r</sub>によって定義される。後者は fig.3,4 に示す。

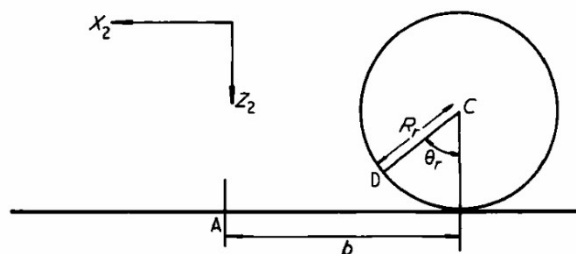


Fig. 3. Reference point A and rear wheel looking along OY<sub>2</sub>

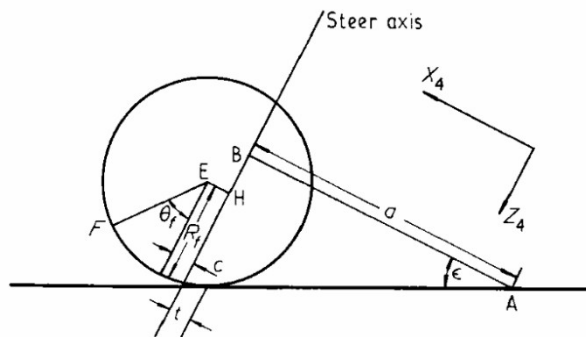


Fig. 4. Front frame in datum condition looking along OY<sub>4</sub>

これら7つの成分に関する運動エネルギーと位置エネルギーの式は最初に得られ、バイクの横方向、ヨー、ロールと操舵の自由度に対する方程式を与えるために使用される。等速運動と縦方向にタイヤが滑らない仮定により、バイクの縦方向の運動を記述する方程式とホイールの回転を記述する方程式は必要なくなる。また、後者（縦方向にタイヤが滑らない仮定）により、他の方程式から角度θ<sub>f</sub>、角度θ<sub>r</sub>を消去することができる。

一般力はタイヤに働く力から導かれる。タイヤに働く力は、乗り物の動きのパラメータという観点でタイヤスリップとキャンバー角の表現から得られる。直線走行からの小さな振動を考慮する事により、2次もしくは高次項を消去できる。すなわち、方程式は線形になる。

定常的なターンを記述している方程式は時間変化の項を消去することにより得られる。一方、固定制御の方程式はステアリングの自由度を省略することで得られる。導く過程の詳細は Appendix 1 に示してある。一

方、Appendix2 にはタイヤスリップの省略によって解析がどのように限定されうかを示した。

## SOLUTION OF THE EQUATION (解法)

同次型における運動の線形微分方程式（例えば $\tau=0$ ）は、新しい変数

$$v = \dot{y}_1 \quad r = \dot{\psi} \quad \Phi = \dot{\phi} \quad \Delta = \dot{\delta}$$

などを導入することにより、一次方程式に落す事ができる。この時、解を

$$v = X_1 e^{\mu \cdot t} \quad r = X_2 e^{\mu \cdot t} \quad \dots$$

などと仮定、これらの解を元の式に戻す置換により、一連の代数方程式

$$(B)\mu(X) + (A)(X) = (0)$$

（マトリクス型にて表現される）を得る事ができる。ここで、(A)、(B)は正方マトリクスで、(X)は  $X_1$ 、 $X_2$  などの振幅が不明な列行列である。

逆行列を掛けて移項すると

$$-(B)^{-1}(A)(X) = \mu(X)$$

となり、(X) の 0 ではない解に対して、 $\mu$ のとりうる値は  $-(B)^{-1}(A)$ の固有値でなければならない。固有値の実部は減衰を示し、虚部は種々の直行モードと関連付いた固有周波数を示している。

それゆえ、数値計算方針は、そのマシンの設計変数、速度から上記の(A)、(B) マトリクスの要素を計算、 $-(B)^{-1}(A)$ の形を作り、QR アルゴリズムを用いて固有値を求める事となる。線形定常状態方程式は速度、ロール角を選択し、 $y_1$ 、 $\psi$ 、 $\delta$ の連立を解き、 $\tau$ を与えるためのステアリング自由度に対する方程式を用いる事により解かれる。

## Results (結果)

結果を下記の点を対象とする4つの分類に落とし込む。

- (1) タイヤのサイドスリップを除いたモデルに従ったもの、もしくはタイヤのサイドスリップを含むがタイヤの瞬間的な応答を仮定したモデルに従ったもの、もしくはタイヤの動的反応を含むモデルに従ったもののフリーコントロール状態にある特定のマシンの固有周波数と減衰特性。
- (2) タイヤの動的応答を含むモデルにおいてマシンの設計に対する変更の影響。
- (3) 車速とマシン設計の関数としての定常旋回挙動（横方向への低加速における）。
- (4) 固定制御におけるバイクの固有周波数と減衰特性。

カテゴリー（1）の結果を車速に対する減衰係数をプロットし Fig.5~7 に示す。また、各々の振動モードの角振動数は曲線の適切な位置に示してある。

カテゴリー（2）の結果を Table 1,2,3 に示す。それぞれの表はある物理的重要度のあるひとつのモードに関係させてある。Table 1 は転覆する船のような不安定な時のバイクの動きである非振動モードに関係している。参照を楽にするため、これを'capsize(転覆する)'mode とよび、Table 2,3 はそれぞれ'weave(縫うようにして進む)'

mode、'wobble(ぐらぐらする)'mode と呼ばれる振動モードと関連させている。他モードは大きく減衰していくものであり、それ故それらのモードを参照する事は重要でなく、詳細な結果は含ませていない。カテゴリ（３）の結果を Table 4 に示し、カテゴリ（４）の結果を Fig.8 に示す。

## Discussion of Discussion of Results (結果の検証)

タイヤの動的応答を含む全解析の結果、バイクが三つの物理的に重要なモードを持っていることが明らかとなった。Capsize, weave, wobble の三つのモードである。

The Capsize mode は非振動系である。低速ではよく減衰を行うが、車速が約 15ft/s(16.5km/h)を越えると急速に減衰が低下する。60ft/s(65.8km/h)付近の最大発散比で約 35ft/s(38.4km/h)を超えると、非常に穏やかな不安定状態となり、その後スピードが上がるにつれて減少する。

The Weave mode は、車速 5ft/s(5.5km/h)で約 0.2Hz から車速 160ft/s(175.6km/h)で 3.4Hz へと増加する固有振動数を持ち、20ft/s(21.9km/h)付近までは不安定である。中速域では充分な減衰を行い、高速域においては適度な減衰を行う。

The Wobble mode は車速からほぼ独立した約 9Hz の固有振動数を持っている。低中速域では充分な減衰を行うが高速域のみ適度減衰を行う。この減衰度は緩和長（relaxation length）（Table 3） $\sigma$ の値に強く依存している。また、weave mode における減衰度についてもある程度依存している（Table 2）。予想されることではあるが、 $\sigma \rightarrow 0$  にするに伴ない、Fig.5 に示した結果は Fig.6 の結果により近くなる。

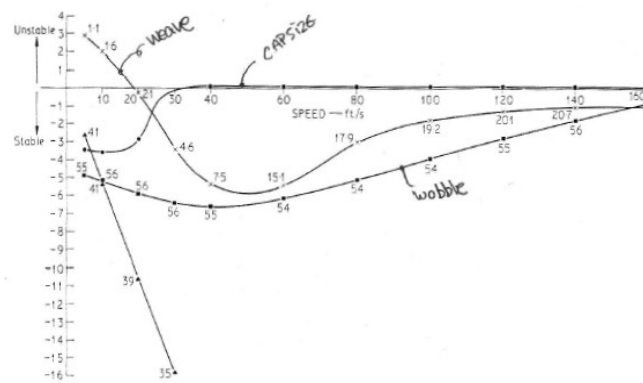


Fig. 5. Stability and natural frequencies of standard machine as a function of forward speed with the full tyre treatment

Fig.6 は、capsize mode の Fig.5 のものとの実質的同一性を示すだけでなく、高速域における weave mode の著しく低い減衰を示している。またすべての速度域を通して、wobble mode の減衰の明らかな違いが見られる。タイヤの瞬間応答を含んだモデルとタイヤの正確な動的応答を含んだモデルから得られる固有振動数は類似している。

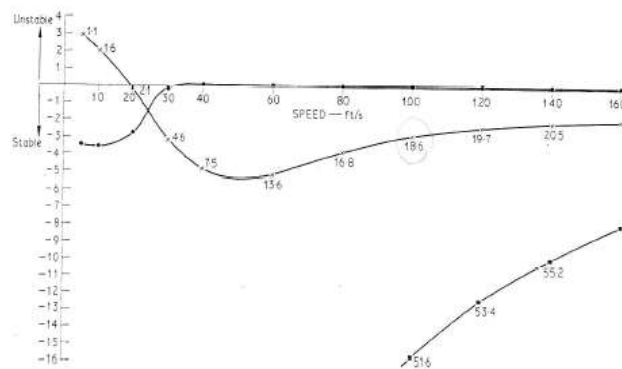


Fig. 6. Stability and natural frequencies of standard machine as a function of forward speed with tyre sideslip but with instant response

Fig.7 は、タイヤのサイドスリップの無いモデルからは、capsize mode の結果と低速域に限り weave mode の結果が得られ、またフルモデルにおける結果と類似している事を示す。しかしながら、wobble mode に関しては完全に消失し、'speedman's wobble'現象の説明する見込みが発生する事はない。

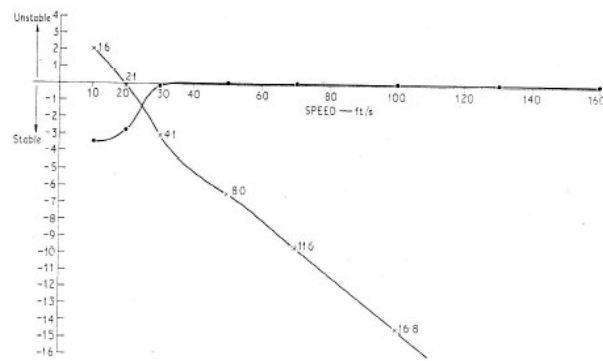


Fig. 7. Stability and natural frequencies of standard machine as a function of forward speed with tyre sideslip inhibited

筆者は二輪のタイヤの緩和長 (relaxation length) に関する具体的な情報は何も探せなかった、また今回スタンダードモデル (Appendix 3) として使用した 0.8ft (243.84mm) という数値は、Labarre と Mills による測定で、タイヤ径の  $12 \cdot 1/2$  セクション内  $2 \cdot 1/2$  に主に基づいている。最も可能性があるが、もしこの数値が適切な大きさのオーダーとなれば、バイクの動的な特性の適切なモデルがタイヤのサイドスリップとタイヤの relaxation 特性の一体性に依存する事が明白となる。

Table 1,2,3 において記載したパラメータ効果から、パラメータの変化は、capsize mode には比較的影響が少ないが、weave mode, wobble mode ではかなり影響される事がわかる。

Table 1. Capsize mode damping coefficients

| Model number | Speed, ft/s |       |       |       |      |      |      |      |
|--------------|-------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
|              | 10          | 20    | 30    | 50    | 70   | 100  | 130  | 160  |
| 1            | -3.56       | -2.83 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 2            | -3.57       | -2.61 | -0.12 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 3            | -3.56       | -3.03 | -0.14 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 4            | -3.55       | -2.80 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 5            | -3.59       | -2.87 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 6            | -3.81       | -4.55 | -0.26 | -0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.01 |
| 7            | -3.51       | -3.57 | -0.44 | -0.01 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.02 |
| 8            | -3.54       | -2.27 | -0.10 | 0.07  | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.04 |
| 9            | -3.58       | -3.15 | -0.04 | 0.12  | 0.11 | 0.08 | 0.07 | 0.06 |
| 10           | -3.54       | -1.11 | 0.05  | 0.09  | 0.08 | 0.06 | 0.04 | 0.04 |
| 11           | -3.57       | -2.54 | -0.10 | 0.03  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.02 |
| 12           | -3.57       | -3.11 | -0.22 | -0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| 13           | -3.54       | -1.75 | 0.10  | 0.16  | 0.13 | 0.10 | 0.08 | 0.06 |
| 14           | -3.56       | -3.26 | -0.31 | 0.02  | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 |
| 15           | -3.55       | -2.35 | 0.15  | 0.23  | 0.19 | 0.14 | 0.11 | 0.09 |
| 16           | -3.56       | -3.09 | -0.16 | 0.14  | 0.13 | 0.11 | 0.09 | 0.07 |
| 17           | -3.56       | -3.41 | -0.44 | 0.06  | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 |
| 18           | -3.60       | -3.90 | -1.89 | -0.07 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.02 |
| 19           | -3.50       | -0.21 | 0.15  | 0.15  | 0.12 | 0.09 | 0.07 | 0.06 |
| 20           | -3.56       | -2.66 | -0.26 | 0.00  | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.02 |
| 21           | -3.50       | -0.41 | 0.01  | 0.05  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.02 |
| 22           | -3.56       | -2.89 | -0.15 | 0.06  | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.04 |
| 23           | -3.55       | -3.62 | -0.63 | 0.03  | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 |
| 24           | -3.37       | -3.08 | -0.13 | 0.11  | 0.11 | 0.08 | 0.07 | 0.06 |
| 25           | -3.54       | -3.20 | -0.22 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 |
| 26           | -3.56       | -2.79 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 27           | -3.57       | -2.91 | -0.18 | 0.06  | 0.07 | 0.05 | 0.04 | 0.04 |
| 28           | -3.59       | -2.88 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 29           | -3.52       | -2.63 | -0.08 | 0.10  | 0.10 | 0.08 | 0.06 | 0.05 |
| 30           | -3.64       | -2.63 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 31           | -3.56       | -2.77 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 32           | -3.56       | -2.74 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 33           | -3.56       | -2.81 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |
| 34           | -3.56       | -2.85 | -0.13 | 0.08  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.04 |

(The key to the model numbers is given in Appendix 4.)

Table 2. Weave mode damping coefficients and natural frequencies

| Model number | Speed, ft/s |      |       |      |       |      |       |      |       |      |       |      |
|--------------|-------------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|
|              | 10          |      | 20    |      | 30    |      | 50    |      | 70    |      | 100   |      |
| 1            | 2.01        | 1.63 | -0.18 | 2.09 | -3.36 | 4.56 | -6.59 | 11.4 | -3.97 | 16.8 | -1.82 | 19.2 |
| 2            | 2.10        | 1.95 | -0.50 | 2.30 | -3.75 | 4.85 | -7.20 | 11.7 | -4.40 | 17.1 | -2.23 | 19.2 |
| 3            | 1.93        | 1.19 | 0.18  | 1.81 | -2.87 | 4.10 | -5.77 | 10.8 | -3.37 | 16.4 | -1.16 | 19.0 |
| 4            | 2.01        | 1.63 | -0.17 | 2.09 | -3.29 | 4.57 | -5.99 | 11.1 | -4.29 | 16.1 | -2.36 | 18.9 |
| 5            | 2.02        | 1.64 | -0.20 | 2.09 | -3.47 | 4.52 | -8.32 | 11.6 | -2.98 | 17.9 | -0.88 | 19.5 |
| 6            | 1.66        | 1.70 | -0.50 | 1.71 | -6.39 | 2.34 | -4.18 | 15.0 | -2.22 | 16.1 | -1.46 | 17.1 |
| 7            | 1.98        | 1.78 | 0.04  | 2.11 | -3.70 | 3.14 | -10.6 | 7.39 | -7.75 | 18.8 | -4.54 | 20.7 |
| 8            | 1.95        | 1.49 | -0.45 | 2.27 | -3.51 | 5.44 | -6.29 | 14.0 | -3.17 | 18.9 | -1.64 | 21.3 |
| 9            | 1.91        | 1.51 | -0.12 | 1.75 | -3.52 | 3.90 | -7.59 | 10.2 | -4.66 | 16.7 | -2.05 | 19.1 |
| 10           | 1.58        | 0.95 | -1.05 | 1.67 | -2.98 | 5.16 | -4.33 | 11.8 | -2.21 | 16.2 | -0.33 | 18.9 |
| 11           | 1.63        | 1.28 | -0.50 | 1.70 | -3.32 | 4.54 | -5.73 | 11.2 | -3.26 | 16.2 | -1.08 | 18.6 |
| 12           | 1.61        | 1.40 | -0.35 | 1.73 | -3.54 | 4.02 | -6.89 | 10.7 | -3.96 | 16.2 | -1.57 | 18.4 |
| 13           | 1.87        | 1.29 | -0.63 | 1.82 | -3.14 | 5.17 | -5.09 | 12.1 | -2.91 | 16.8 | -1.14 | 19.5 |
| 14           | 2.06        | 1.78 | -0.03 | 2.19 | -3.49 | 4.05 | -7.86 | 10.8 | -4.66 | 16.9 | -2.27 | 19.1 |
| 15           | 2.17        | 1.49 | -0.20 | 1.98 | -3.30 | 5.00 | -6.26 | 12.2 | -3.93 | 17.5 | -2.28 | 20.0 |
| 16           | 2.40        | 1.82 | 0.18  | 2.35 | -3.36 | 4.39 | -7.84 | 11.3 | -4.95 | 17.5 | -2.79 | 19.8 |
| 17           | 2.51        | 1.97 | 0.35  | 2.51 | -3.34 | 3.92 | -9.15 | 10.4 | -5.57 | 17.7 | -3.15 | 19.7 |
| 18           | 2.27        | 1.66 | 0.72  | 2.01 | -1.92 | 1.67 | -6.95 | 6.75 | -5.40 | 14.6 | -2.12 | 17.3 |
| 19           | 1.61        | 1.65 | -2.28 | 3.51 | -4.82 | 7.20 | -6.48 | 16.1 | -3.95 | 19.5 | -2.70 | 20.9 |
| 20           | 1.99        | 1.63 | -0.19 | 2.34 | -3.16 | 5.00 | -6.06 | 12.3 | -3.50 | 17.7 | -1.68 | 20.6 |
| 21           | 1.37        | 1.10 | -1.85 | 2.74 | -3.74 | 6.26 | -4.93 | 14.3 | -2.18 | 18.5 | -0.48 | 20.9 |
| 22           | 1.89        | 1.62 | -0.28 | 1.99 | -3.51 | 4.39 | -7.03 | 11.1 | -4.21 | 16.9 | -1.88 | 19.2 |
| 23           | 2.48        | 1.93 | 0.49  | 2.36 | -3.02 | 3.17 | -8.33 | 8.62 | -5.74 | 16.2 | -2.98 | 18.4 |
| 24           | 2.01        | 1.55 | 0.16  | 1.81 | -2.91 | 3.42 | -6.30 | 8.24 | -5.82 | 15.2 | -2.48 | 18.5 |
| 25           | 2.07        | 1.62 | 0.11  | 2.05 | -3.24 | 3.88 | -7.36 | 9.85 | -5.24 | 16.6 | -2.72 | 19.1 |
| 26           | 2.01        | 1.64 | -0.20 | 2.10 | -3.36 | 4.60 | -6.59 | 11.5 | -3.88 | 17.0 | -1.76 | 19.3 |
| 27           | 2.03        | 1.65 | -0.12 | 2.14 | -3.31 | 4.53 | -6.54 | 11.4 | -3.95 | 16.8 | -1.80 | 19.2 |
| 28           | 2.01        | 1.63 | -0.19 | 2.09 | -3.44 | 4.65 | -5.42 | 12.2 | -2.75 | 15.8 | -1.25 | 17.7 |
| 29           | 2.01        | 1.63 | -0.23 | 2.09 | -3.30 | 4.65 | -6.34 | 11.4 | -3.87 | 16.7 | -1.76 | 19.1 |
| 30           | 2.11        | 1.63 | -0.14 | 2.25 | -3.09 | 4.95 | -5.83 | 11.4 | -4.16 | 17.0 | -2.00 | 20.0 |
| 31           | 2.02        | 1.69 | -0.27 | 2.15 | -3.56 | 4.68 | -7.38 | 11.9 | -4.29 | 17.9 | -1.99 | 20.3 |
| 32           | 2.03        | 1.65 | -0.21 | 2.15 | -3.34 | 4.72 | -6.20 | 11.7 | -3.63 | 16.6 | -1.71 | 18.9 |
| 33           | 2.02        | 1.63 | -0.18 | 2.10 | -3.35 | 4.58 | -6.55 | 11.4 | -3.96 | 16.8 | -1.82 | 19.2 |
| 34           | 2.00        | 1.66 | -0.21 | 2.08 | -3.44 | 4.50 | -6.82 | 11.3 | -4.13 | 16.8 | -1.92 | 19.2 |

(In each column, the first number is the damping coefficient, the second the circular frequency.)

(The key to the model numbers is given in Appendix 4.)

Table 3. Wobble mode damping coefficients and natural frequencies

| Model number | Speed, ft/s |      |       |      |       |      |       |      |       |      |       |      |       |      |       |      |  |  |
|--------------|-------------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|--|--|
|              | 10          |      | 20    |      | 30    |      | 50    |      | 70    |      | 100   |      | 130   |      | 160   |      |  |  |
| 1            | -5.20       | 55.7 | -5.91 | 55.8 | -6.42 | 55.5 | -6.52 | 54.6 | -5.70 | 54.0 | -3.94 | 54.3 | -2.24 | 55.6 | -0.82 | 57.5 |  |  |
| 2            | -2.43       | 55.8 | -2.90 | 55.5 | -3.08 | 55.0 | -2.46 | 54.0 | -1.18 | 53.7 | 0.85  | 54.4 | 2.58  | 56.0 | 3.94  | 58.2 |  |  |
| 3            | -9.46       | 54.4 | -10.6 | 55.2 | -11.6 | 55.4 | -12.8 | 54.8 | -12.9 | 54.0 | -11.8 | 53.5 | -10.2 | 54.2 | -8.80 | 55.7 |  |  |
| 4            | -11.6       | 57.3 | -23.1 | 52.4 | -34.6 | 42.9 | -20.4 | 58.6 | -15.1 | 55.1 | -10.0 | 54.6 | -6.71 | 55.9 | -4.36 | 57.9 |  |  |
| 5            | -2.47       | 42.0 | -1.22 | 43.3 | -0.42 | 44.6 | 0.51  | 46.7 | 1.11  | 48.4 | 1.90  | 50.6 | 2.64  | 52.9 | 3.30  | 55.4 |  |  |
| 6            | -5.26       | 55.3 | -5.95 | 55.4 | -6.42 | 55.1 | -6.45 | 54.3 | -5.61 | 53.8 | -3.89 | 54.4 | -2.31 | 56.0 | -1.05 | 58.3 |  |  |
| 7            | -7.76       | 62.9 | -8.33 | 63.4 | -8.82 | 63.5 | -9.20 | 63.1 | -8.72 | 62.6 | -7.11 | 62.6 | -5.27 | 63.5 | -3.61 | 65.3 |  |  |
| 8            | -5.60       | 46.9 | -7.10 | 47.4 | -8.30 | 47.2 | -9.15 | 45.7 | -8.29 | 44.5 | -5.88 | 44.4 | -3.53 | 46.0 | -1.77 | 48.6 |  |  |
| 9            | -5.11       | 54.2 | -5.55 | 54.5 | -5.88 | 54.4 | -5.95 | 54.0 | -5.37 | 53.8 | -4.07 | 54.2 | -2.74 | 55.4 | -1.58 | 57.2 |  |  |
| 10           | -4.08       | 48.8 | -4.83 | 48.9 | -5.34 | 48.6 | -5.45 | 47.8 | -4.74 | 47.3 | -3.23 | 47.5 | -1.74 | 48.5 | -0.44 | 50.2 |  |  |
| 11           | -4.86       | 55.7 | -5.18 | 56.1 | -5.43 | 56.2 | -5.44 | 56.0 | -4.90 | 56.0 | -3.69 | 56.6 | -2.45 | 58.0 | -1.36 | 60.0 |  |  |
| 12           | -5.09       | 60.4 | -5.54 | 60.5 | -5.85 | 60.4 | -5.86 | 59.9 | -5.24 | 59.7 | -3.91 | 60.2 | -2.59 | 61.6 | -1.47 | 63.7 |  |  |
| 13           | -4.44       | 49.0 | -5.64 | 48.8 | -6.43 | 48.0 | -6.53 | 46.3 | -5.39 | 45.2 | -3.19 | 45.1 | -1.17 | 46.1 | 0.49  | 47.9 |  |  |
| 14           | -5.39       | 60.0 | -6.19 | 60.0 | -6.77 | 59.6 | -6.93 | 58.4 | -6.09 | 57.6 | -4.25 | 57.8 | -2.52 | 59.1 | -1.09 | 61.1 |  |  |
| 15           | -4.86       | 49.0 | -6.61 | 48.4 | -7.80 | 47.2 | -7.97 | 44.2 | -6.24 | 42.4 | -3.15 | 42.1 | -0.56 | 43.3 | 1.38  | 45.4 |  |  |
| 16           | -5.64       | 55.4 | -6.82 | 55.2 | -7.69 | 54.5 | -7.98 | 52.6 | -6.81 | 51.4 | -4.34 | 51.2 | -2.14 | 52.5 | -0.41 | 54.6 |  |  |
| 17           | -5.80       | 59.5 | -7.05 | 59.2 | -7.98 | 58.5 | -8.41 | 56.4 | -7.29 | 55.0 | -4.82 | 54.7 | -2.60 | 55.9 | -0.87 | 58.0 |  |  |
| 18           | -3.38       | 55.9 | -3.99 | 55.8 | -4.43 | 55.5 | -4.65 | 54.6 | -4.25 | 53.9 | -3.29 | 53.4 | -2.25 | 53.4 | -1.25 | 53.7 |  |  |
| 19           | -7.50       | 55.2 | -8.20 | 55.5 | -8.72 | 55.3 | -8.34 | 54.9 | -6.69 | 55.7 | -4.28 | 59.6 | -2.90 | 65.6 | -2.35 | 72.7 |  |  |
| 20           | -6.10       | 55.5 | -6.88 | 55.8 | -7.50 | 55.6 | -7.86 | 54.6 | -7.23 | 53.9 | -5.54 | 53.8 | -3.75 | 54.7 | -2.14 | 56.5 |  |  |
| 21           | -3.47       | 45.5 | -3.97 | 46.3 | -4.37 | 46.6 | -4.48 | 46.7 | -3.84 | 46.8 | -2.37 | 48.0 | -0.92 | 50.0 | 0.21  | 52.9 |  |  |
| 22           | -5.33       | 56.4 | -5.57 | 56.8 | -5.77 | 57.0 | -5.75 | 57.0 | -5.18 | 57.0 | -3.87 | 57.8 | -2.53 | 59.4 | -1.39 | 61.6 |  |  |
| 23           | -6.19       | 68.5 | -7.20 | 68.3 | -7.99 | 67.7 | -8.49 | 66.0 | -7.76 | 64.7 | -5.82 | 64.3 | -3.93 | 65.2 | -2.35 | 66.9 |  |  |
| 24           | -3.91       | 54.9 | -4.10 | 55.2 | -4.26 | 55.2 | -4.21 | 55.1 | -3.77 | 55.0 | -2.79 | 55.3 | -1.74 | 56.1 | -0.76 | 57.3 |  |  |
| 25           | -6.06       | 58.4 | -6.81 | 58.6 | -7.40 | 58.4 | -7.73 | 57.6 | -7.09 | 56.9 | -5.40 | 56.9 | -3.67 | 58.0 | -2.18 | 59.8 |  |  |
| 26           | -5.16       | 49.7 | -5.88 | 49.8 | -6.37 | 49.6 | -6.38 | 48.7 | -5.53 | 48.3 | -3.83 | 48.8 | -2.26 | 50.3 | -1.01 | 52.6 |  |  |
| 27           | -5.26       | 55.7 | -6.01 | 55.8 | -6.55 | 55.4 | -6.67 | 54.4 | -5.84 | 53.8 | -4.04 | 54.0 | -2.31 | 55.3 | -0.88 | 57.3 |  |  |
| 28           | -5.19       | 55.6 | -5.90 | 55.7 | -6.40 | 55.4 | -6.47 | 54.5 | -5.61 | 53.9 | -3.80 | 54.2 | -2.08 | 55.5 | -0.67 | 57.6 |  |  |
| 29           | -5.20       | 55.7 | -5.91 | 55.8 | -6.42 | 55.5 | -6.52 | 54.6 | -5.70 | 54.0 | -3.94 | 54.3 | -2.24 | 55.6 | -0.82 | 57.5 |  |  |
| 30           | -5.17       | 56.1 | -5.97 | 56.1 | -6.50 | 55.7 | -6.52 | 54.7 | -5.56 | 54.1 | -3.61 | 54.6 | -1.81 | 56.2 | -0.36 | 58.6 |  |  |
| 31           | -5.41       | 57.2 | -6.30 | 57.2 | -6.96 | 56.8 | -7.21 | 55.5 | -6.36 | 54.7 | -4.42 | 54.7 | -2.55 | 55.9 | -1.00 | 57.8 |  |  |
| 32           | -5.22       | 56.1 | -6.00 | 56.2 | -6.54 | 55.8 | -6.63 | 54.8 | -5.72 | 54.1 | -3.80 | 54.3 | -1.99 | 55.7 | -0.51 | 57.8 |  |  |
| 33           | -5.21       | 55.7 | -5.92 | 55.8 | -6.43 | 55.6 | -6.53 | 54.6 | -5.71 | 54.0 | -3.93 | 54.3 | -2.22 | 55.6 | -0.79 | 57.6 |  |  |
| 34           | -6.13       | 59.0 | -6.39 | 59.5 | -6.63 | 59.6 | -6.64 | 59.6 | -6.05 | 59.5 | -4.65 | 60.2 | -3.21 | 61.8 | -1.96 | 64.0 |  |  |

(In each column, the first number is the damping coefficient, the second the circular frequency.)

(The key to the model numbers is given in Appendix 4.)

最後のものは、操舵減衰係数、 $K$  に対し最も敏感であり、その増加は、 $K$  の変化に伴う後者への変化はよろしくないにも関わらず weave mode の犠牲において wobble mode を安定化させる。

実際、操舵減衰を増加させることにより、すべての速度域（本研究で用いられたのは最高 160ft/s（175.5km/h）まで）における wobble mode の適切な減衰を得る事ができた。そのため、潜在的な問題として、高速域における weave mode の不十分な減衰がある。

既に指摘した様に relaxation length は weave mode, wobble mode を不安定にさせる重要なパラメータであり、その増加は weave mode, wobble mode の両方において感知できるほどバイクを不安定化させる。

リアフレームの重心を下げることは wobble mode に実質的影響を与えないといってもよいぐらいであるが、weave mode において低高速域において減衰が増加する一方、中速域で減少する。

通常、weave mode において減衰は中速域では適正值以上のため、この変化は実機上好都合となるであろう。さらなる利点としては、全ての速度域で capsize mode の安定化がされる事である。

リアフレーム重心の前方向への移動は、wobble mode で安定を維持するため、操舵減衰の増加を必要とさせる。また、この増加が行われた場合、特に高速域において weave mode への減衰増加といった形をとった実質的な改善が結果として得られる。またわずかに capsize mode においても減衰が増加する。

フロントフレームの重心を後方へ移動した場合、wobble mode を安定化するため、操舵減衰の増加が要求され、これを行うことにより、高速域における weave mode の増加した減衰が得られる。実行できる変化量での、フロントフレームの重心の上げ下げは、微小な操舵減衰を各々増減させることにより得られる代用的な変化の原因となる。

トレール  $t$  を変化させること、ステアリングヘッドアングル  $\epsilon$  を変化させる事は、例えばステアリングヘッドアングルを立てた場合、高速域における weave mode 減衰は低減するものの、低速では増加する事を示す。スタンダードモデル（Appendix 3）、もしくはより長いトレールにすることで、中速域と高速域における capsize mode の不安定さはきっちりと小さくなる。また直進安定性のからみると、低速のバイク（最高速が 100ft/s（109.7km/h）以下のようなバイク）に対してはステアリングヘッドの角度が立てる方が有利である。トップスピードの増加に伴ない、ステアリングヘッドパイプ角は適切な weave mode の減衰と wobble mode を十分に減衰するよう設定したステアリング減衰を得るよう増やさねばならない。

しかしながら、ステアリングヘッドの角度を大きくすることに伴うハイトレールに従事せねばならないし、もしくは中高速域での capsize mode の不安定さはかなり厳しくなるであろう。直角のステアリングヘッドの角度に伴う小さすぎるトレールは、通常より若干厳しい capsize mode の不安定性、また高速域での weave mode での不安定性の原因となる。トレールを長くすることの影響は少ない。

フロントホイールのジャイロ効果が減少した場合、wobble mode の高速域で十分に減衰をするためには、より小さな操舵減衰が必要となる。操舵減衰が減少することに伴う weave mode の安定化は速度域を上げる事を起こすが、capsize mode の不安定性は厳しくはならない。また、高速域での weave mode の減衰が弱められる。フロントホイールの断面二次極モーメントの増加での結果と逆の変化である。

リアホイールの慣性モーメントの増加は高速域での weave mode の減衰を増加させ、発散率の結果的な減少にて、通常速度より高い速度域まで capsize mode の安定を保持する。

有効なステアリングヘッド角とトレールが相互依存の関係となるように、フロントホイールハブと交差するステアリング軸を持つように配置されたハブ中心操舵を持つ小さなステアリングヘッド角は（結果的に小さなトレールを持つ）、高速度域において各振動モードを不適切な減衰へつなげる。ヘッドアングルが普通であれば、この減衰はスタンダードモデル（Appendix 3）のもつ減衰より大きい。capsize mode では幾分安定され、また大きなヘッドアングルは、よい高速減衰、標準的な capsize mode を与えるが、weave mode の低速減衰が乏しくなる。weave mode で約 120ft/s（約 131km/h）を越えると減衰が低下し、capsize mode では発散率が幾分か増すよう、剛体としてリアフレームに乗る仮定されたライダーの追加により、その質量と慣性特性値を修正する。リアホイールを後方に動かしホイールベースを長くすると、低速域でのわずかな不安定性の増加の代わりに、weave mode の高速域の安定性が増す。

バイクに関する（質量や重心などの）パラメータの決定に際しては、簡単な実験が要求される。その他、特にタイヤに関する係数、relaxation length やフロントとリアフレームの慣性特性値は査定する事はより難しく、またこの研究の目的のため、値は実測値というよりむしろ概算値となってしまう。後者のグループにおいて（既に議論した relaxation length を除き）、かなり小さな誤差が結果に与える影響が大きいかどうかを見極めるため、タイヤ係数や慣性値において 20 パーセントづつの削減を順におこなった。また、リアフレームの主軸の方向も若干変更を加えてみている。これらから得られた結果は、（高速時における振動モードの減衰において明らかな改善をもたらす）リアフレームの Yaw 方向の慣性  $I_{rz}$  の減少させた結果を除いて、これらの変化による影響はあまりない。これらの結果は、モータサイクルの直進安定性特性の理想的なモデルを得るために、既出のパラメータを極端な高精度で測定することが必要のない事を示している。

Table 4 に示した定常ステアリングトルクに見られるように、この観点において解析された全てのバイクが同じ定

性的な振る舞いをする。低速において、要求されるトルクは決められた方向への回転とは逆の感覚であり、比較的大きなトルクが必要である。トルクの大きさは速度の増加とともに急激に低下する。その兆候は40ft/s(43.9km/h)付近で見られはじめ、それ以上の速度増加に伴い増加する。

Table 4. Steady state steering torques for  $Q = 10^\circ$ , lb/ft

| Model number | Speed, ft/s |       |       |       |      |      |      |      |
|--------------|-------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
|              | 10          | 20    | 30    | 50    | 70   | 100  | 130  | 160  |
| 1            | -9.63       | -1.59 | -0.28 | 0.37  | 0.55 | 0.64 | 0.68 | 0.70 |
| 6            | -9.02       | -1.65 | -0.58 | -0.05 | 0.09 | 0.16 | 0.19 | 0.20 |
| 7            | -13.9       | -2.62 | -0.88 | -0.03 | 0.20 | 0.32 | 0.37 | 0.39 |
| 8            | -8.28       | -1.38 | -0.23 | 0.34  | 0.50 | 0.58 | 0.62 | 0.63 |
| 9            | -9.39       | -1.39 | -0.09 | 0.56  | 0.73 | 0.83 | 0.86 | 0.88 |
| 10           | -3.93       | -0.48 | 0.11  | 0.40  | 0.49 | 0.53 | 0.55 | 0.55 |
| 11           | -6.07       | -1.06 | -0.24 | 0.17  | 0.28 | 0.34 | 0.36 | 0.37 |
| 12           | -7.84       | -1.53 | -0.54 | -0.05 | 0.08 | 0.15 | 0.18 | 0.19 |
| 13           | -6.00       | -0.69 | 0.22  | 0.67  | 0.80 | 0.86 | 0.89 | 0.90 |
| 14           | -13.0       | -2.37 | -0.72 | 0.10  | 0.32 | 0.44 | 0.48 | 0.51 |
| 15           | -8.34       | -0.96 | 0.29  | 0.92  | 1.10 | 1.19 | 1.22 | 1.24 |
| 16           | -13.6       | -2.17 | -0.33 | 0.59  | 0.84 | 0.97 | 1.02 | 1.05 |
| 17           | -18.7       | -3.27 | -0.90 | 0.27  | 0.59 | 0.75 | 0.82 | 0.85 |
| 18           | -10.3       | -2.16 | -0.82 | -0.16 | 0.02 | 0.12 | 0.15 | 0.17 |
| 19           | -8.27       | -0.49 | 0.78  | 1.41  | 1.59 | 1.68 | 1.71 | 1.73 |
| 20           | -9.79       | -1.92 | -0.63 | 0.01  | 0.19 | 0.28 | 0.32 | 0.33 |
| 24           | -10.6       | -1.76 | -0.25 | 0.51  | 0.71 | 0.82 | 0.87 | 0.89 |
| 25           | -12.1       | -2.03 | -0.44 | 0.35  | 0.56 | 0.67 | 0.72 | 0.74 |

(The key to the model numbers is given in Appendix 4.)

低速時には、ステアリングはフロントホイール荷重、ステアリングヘッド角 $\epsilon$ 、トレールの増加により重たくなる。高速時には、ステアリングはフロントホイールの極断面二次モーメントの増加、小さなトレールに伴う大きなステアリングヘッド角により重くなる。また、高速時には、リアフレームの質量重心を低く前方にする、リアホイールの慣性を大きくすることにより、ステアリングは軽くなる。

安定化要因のステアリングトルクに対する定常状態応答形態は、特に速度の増加にともなう兆候の変化に限り、ライダーの動作の重要性は普通ライダー自身の条件よりむしろ何らかの定常状態条件についてバイクを安定化させるものとして考慮されているものであると提案している。しかしながら、定常状態でのステアリングトルクは概略操作トルクの大きさはどのぐらいでなければならないかを示し、一般に傾向は、低速において必要とされるのは大きなトルクであり、中速では非常に小さいトルク、速度の増加の推移に伴ない必要とされるのはゆるやかではあるが徐々に増加するトルクとなる。

このことは主に2つの要求があることを示している。

すなわち低速でのステアリングは快適性の視点からいって、重過ぎてはいけない。ステアリングシステム内の摩擦トルクは良好な操作性の視点からいって、高速時で要求される適度なトルクより相当小さくすべきである。

Fig.8に示した固定操作安定化特性は、剛体のライダーが乗り、固定されたステアリングシステムのバイクは、速度の増加に伴ない severity を減少することの発散的不安定性、また、高速時における低周波数振動可能性を示す。自由操作のバイクが不安定振動の場合、ライダーは使用するトルクの選択はないであろうし、またコントロールし直したりしないだろう、またライダー-機械系システムを安定化させるためのトルクコントロール使用せねばならないであろう。その他の場合、(例えば、制御されていなくバイクが安定しているとき、もしくは発散的不安定な時)ライダーは選択する事できるであろうが、固定されたコントロール特性 (Fig.6) とフリーなコントロール特性 (Fig.5) を比べると常に後者のの方が有利である。よって、ライダーははっきりとコントロールしなおさな

いだろうし、固定されたコントロール特性は実用的な重要度は小さいことが明らかである。

得られた結論は、バイクは普通の技量において完全にコントロールされ、中高速で手放しでコントロール可能であるという事実と一致した。また、speedman's wobble の発生、リアフレームの重心を下前方に移動させることによる結果の向上、フロントフレームの重心が比較的に後にある時操舵減衰に対する要求値が増加するのと同じように高速車と比べて低速車に必要なより角度のきつい操舵ヘッド（これは、ステアリング軸からのフォークのオフセット量よりむしろフロントフォークからフロントホイールへのオフセットによりもたらされる）が説明された。

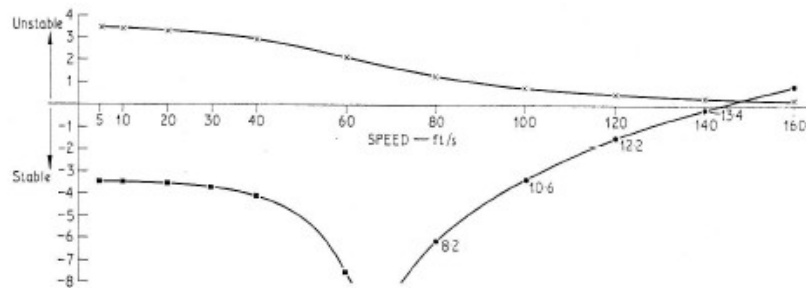


Fig. 8. Fixed control stability and natural frequency of standard machine as a function of forward speed

## Design Implication（設計値が示唆するもの）

この研究範囲内において直進安定性問題は 3 つの根源のうち 1 つを持つであろうということが明らかになった。

- (1) weave mode での極低速時における不安定性
- (2) capsize mode での中速時における極端な不安定性
- (3) 各振動モードでの高速時における不安定性と減衰の不足

(1) と (2) における不安定性の度合いは極端であり、(3) においてはどれぐらいの減衰が必要かは現在知られていない。しかし、約 2 Hz を超える周期を伴う機械の不安定振動は明らかに許容範囲ではなく、人間は振動を補正するほど十分にクイックな反応はしない。

設計の変更は有利な点も不利な点も存在する。

注目すべきことは、操舵減衰が増加することは wobble mode の減衰が増加すること、また低速以外のすべての weave mode の減衰が減少することである。ステアリングヘッド角の傾きを立てる事は、高速時と引き換えに低中速での振る舞いは改善する。フロントホイールの慣性を増加させると上記 (2) と (3) はより悪くなるが、(1) は改善される。ホイールベースを増加させるためにリアホイールを後方に移動させると低速時の weave mode 減衰を減らすことができるが、高速時の weave mode 減衰は増加する。

他の設計変更は不利な点なく有利な点のみもたらす事ができる（操舵減衰が適正值にて供給されるものとして）。中でも、リアフレームの重心を低くすること、リアフレームの重心を前に持ってくる事、フロントフレームの重心を後方へ持ってくる事、リアホイールの慣性を増やすことがあげられる。従来のエンジンフライホイールはリアホイール慣性に対し事実上寄与しており、故にバイクの直進走行特性に大いに関与している。

しばしば、市販のバイクは操舵減衰の抵抗調節できるものが装備されている。そのような装置に要求される

セッティングは、バイクのトップスピードにおいて、またバンプ乗り越えなどの原因による大きなステアリングの変化を伴ったとき、wobble mode 振動の振幅が、それ以降増幅するよりもむしろ減少させる様セッティングする。このようなセッティングにおける、低速特性での減衰の有害な影響は、正しく調整された粘性減衰と非常に一致させたものよりも大きい。また、より複雑なライダーの（必要時に発生する）操舵入力トルクが故に、操舵システム内に摩擦を含むことによって、バイクの操作はより悪くなる。減衰調整の間違いがもたらす結果は深刻なものであり、そういう場合にはビスカスダンパーを推奨する。製造者はステアリングダンピングのセッティングをライダーに委ねるのではなく、適正な操舵減衰に責任を持たなければならない。定数係数を持つダンパーより、係数  $K$  を持つ線形ダンパーが速度に伴ない  $K$  が大きくなるものが良いのではあるが、そのような装置は営利的に実現しうる見込みがないであろう。

## CONCLUSIONS （結論）

この研究における主たる結論は、バイクの固定されたコントロール特性は重要でないことである、またステアリングトルクへの定常状態応答が、2 番目に重要なものである可能性となる。自由コントロール特性の適切なモデルは少なくとも 8 つの項目モデル（タイヤの relaxation length を含む）を使用する必要がある。

従来のバイクは、不安定性域が低周波振動によるもの以下であるか、もしくはゆっくりとした発散域以上にはさまれた狭い速度レンジのみ持つ。高速時において、不安定性要素は 2 つの可能性があり、一つは 3 Hz、もう一つは 10Hz の固有周波数を持つ。より高い周波数の不安定性は操舵減衰の増加による他の周波数の犠牲において安定化される。

安定化特性は明らかに実用的な設計の変更によってコントロールされることが可能であり、開発されたモデルは、プロトタイプ、プロトタイプ前段階における設計最適化をアシストする個々の設計の研究に使用することができる。

## FURTHER WORK （展望）

特徴のあるバイクの発展に使える、正確で詳細な結果を得るためには、タイヤの特性、慣性モーメント、空力特性などさらに多くの情報が必要である。最後の情報は正しいホイール荷重と前進速度の性質としてのドライビングホイールの引っ張り力に関する評価が必要である。

理論の実験による詳細確認、他のバイク（スクーターなど）に対する理論適用、コーナリングを含めた理論の発展も同様に求められる。

## APPENDIX 1

### Kinetic energy

$$T = T_f + T_r + T_w$$

$$T_f = \frac{1}{2} M_f \zeta^2 + \frac{1}{2} I_{fx} p_f^2 + \frac{1}{2} I_{fy} q_f^2 + \frac{1}{2} I_{fz} r_f^2$$

$$T_r = \frac{1}{2} M_r \eta^2 + \frac{1}{2} I_{rx} p_r^2 + \frac{1}{2} I_{ry} q_r^2 + \frac{1}{2} I_{rz} r_r^2 - C_{rxz} p_r r_r$$

$T_w$  は付加項で車輪とフライホイールの回転エネルギー。Gr のもつ  $OX_1Y_1Z_1$  方向の速度成分は

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 - h \sin \phi \cdot \dot{\psi} \\ \dot{y}_1 + h \cos \phi \cdot \dot{\phi} \\ h \sin \phi \cdot \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

それゆえ

$$\eta^2 = (\dot{x}_1 - h \sin \phi \cdot \dot{\psi})^2 + (\dot{y}_1 + h \cos \phi \cdot \dot{\phi})^2 + (h \sin \phi \cdot \dot{\phi})^2$$

$$\begin{bmatrix} p_r & q_r & r_r \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \sin \phi \cdot \dot{\psi} & \cos \phi \cdot \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$$

したがって

$$\begin{aligned} T_r = & \frac{1}{2} M_r \left\{ (\dot{x}_1 - h \sin \phi \cdot \dot{\psi})^2 + (\dot{y}_1 + h \cos \phi \cdot \dot{\phi})^2 + (h \sin \phi \cdot \dot{\phi})^2 \right\} \\ & + \frac{1}{2} I_{rx} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} I_{ry} (\sin \phi \cdot \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} I_{rz} (\cos \phi \cdot \dot{\psi})^2 - C_{rxz} \cos \phi \cdot \dot{\phi} \cdot \dot{\psi} \end{aligned} \quad \dots (2)$$

同様に

$$\begin{aligned} T_f = & \frac{1}{2} M_f \left[ \left\{ \dot{x}_1 - e \cos \varepsilon \sin \delta \cdot \dot{\delta} - (a \sin \varepsilon \sin \phi + e \sin \delta \cos \phi + e \sin \varepsilon \cos \delta \sin \phi + f \cos \varepsilon \sin \phi) \dot{\psi} \right\}^2 \right. \\ & + \left. \left\{ \dot{y}_1 + a \sin \varepsilon \cos \phi \cdot \dot{\phi} - e \sin \delta \sin \phi \cdot \dot{\phi} + e \cos \delta \cos \phi \cdot \dot{\delta} + e \sin \varepsilon \cos \delta \cos \phi \cdot \dot{\phi} - e \sin \varepsilon \sin \delta \sin \phi \cdot \dot{\delta} \right\}^2 \right. \\ & + \left. \left\{ f \cos \varepsilon \cos \phi \cdot \dot{\phi} + (a \cos \varepsilon + e \cos \varepsilon \cos \delta - f \sin \varepsilon) \dot{\psi} \right\}^2 \right] \\ & + \left\{ a \sin \varepsilon \sin \phi \cdot \dot{\phi} + e \sin \delta \cos \phi \cdot \dot{\phi} + e \cos \delta \sin \phi \cdot \dot{\delta} + e \sin \varepsilon \cos \delta \sin \phi \cdot \dot{\phi} + e \sin \varepsilon \sin \delta \cos \phi \cdot \dot{\delta} + f \cos \varepsilon \sin \phi \cdot \dot{\phi} \right\}^2 \\ & + \frac{1}{2} I_{fx} \left\{ \cos \varepsilon \cos \delta \cdot \dot{\phi} + (\sin \delta \sin \phi - \sin \varepsilon \cos \delta \cos \phi) \dot{\psi} \right\}^2 \end{aligned} \quad \dots (3)$$

$T_f, T_r$  はホイールの並進エネルギーしか求めておらず、回転エネルギーは含まれていない。

リアホイールの  $OX_2Y_2Z_2$  軸に対する角速度成分は

$$\begin{bmatrix} p_r \\ q_r + \dot{\theta}_r \\ r_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \sin \phi \cdot \dot{\psi} + \dot{\theta}_r \\ \cos \phi \cdot \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

$$\text{回転エネルギー} = \frac{1}{2} i_{rx} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} i_{ry} (\sin \phi \cdot \dot{\psi} + \dot{\theta}_r)^2 + \frac{1}{2} i_{rz} (\cos \phi \cdot \dot{\psi})^2$$

ここで  $\frac{1}{2} i_{ry} (\sin \phi \cdot \dot{\psi} + \dot{\theta}_r)$  以外の項は Tr の式に含まれている。よって、Twは

$$\begin{aligned} T_w = & \frac{1}{2} i_{ry} (2 \sin \phi \cdot \dot{\psi} \dot{\theta}_r + \dot{\theta}_r^2) + \frac{1}{2} i (\lambda \sin \phi \cdot \dot{\psi} \dot{\theta}_r + \lambda^2 \dot{\theta}_r^2) \\ & + \frac{1}{2} i_{fy} [2 \{ -\cos \varepsilon \sin \delta \cdot \dot{\phi} + (\sin \varepsilon \sin \delta \cos \phi + \cos \delta \sin \phi) \dot{\psi} \} \dot{\theta}_f + \dot{\theta}_f^2] \end{aligned}$$

... (4)

以上の(2), (3), (4)式から T が表される。

## POTENTIAL ENERGY

ポテンシャルエネルギーは位置エネルギーのみで表される。位置エネルギーは重心位置がゼロの時を基準にする。

$$V = V_f + V_r$$

$$V = M_f g (a \sin \varepsilon \cos \phi - e \sin \delta \sin \phi + e \sin \varepsilon \cos \delta \cos \phi + f \cos \varepsilon \cos \phi) + M_r g h \cos \phi$$

... (5)

## 横方向の運動方程式と $\frac{\partial T}{\partial \psi}$

車体の  $OX_0Y_0$  に沿った並進運動の方程式は以下のようになる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_0} \right) = Q_{x0}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_0} \right) = Q_{y0}$$

ここで、

$$\frac{\partial T}{\partial x_0} = \frac{\partial T}{\partial y_0} = \frac{\partial V}{\partial x_0} = \frac{\partial V}{\partial y_0} = 0$$

横方向の運動方程式を得るために、慣性と外力を  $OY_1$  に沿って分解する。

$$-Q_{x0} \sin \psi + Q_{y0} \cos \psi = Q_{y1} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} \right) + \frac{\partial T}{\partial x_1} \dot{\psi}$$

... (6)

また、

$$\frac{\partial T}{\partial \psi} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \psi} + \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} \frac{\partial \dot{y}_1}{\partial \psi} = \dot{y}_1 \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} + \dot{x}_1 \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} \dots (7)$$

(6)、(7)の表現を用いると運動エネルギー中の $\dot{x}_1, \dot{y}_1$ を $x_0, y_0$ で置きかえる必要がなくなる。

## Elimination of $\theta_f$ and $\theta_r$

タイヤが縦方向に滑らないとすると

$$\dot{\theta}_r = -\frac{\dot{x}_1}{R_r} \dots (8)$$

フロントタイヤの円周上の最も低い位置、すなわちタイヤと地面の接地点では

$$\theta_f = -\tan^{-1}\left(\frac{\delta \tan \phi - \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon}\right) \cong -\varepsilon \dots (9)$$

ここで、2次の項である $\delta \tan \phi$ を無視している。

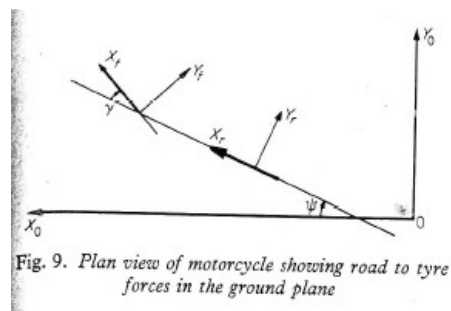
OX1軸に関するフロントタイヤの一般的な速度成分は上式 $\theta_f = -\varepsilon$ が0という条件で等式化すると、

$$\dot{\theta}_f = -\frac{1}{R_f}(\dot{x}_1 + t \delta \cos \phi \cdot \dot{\psi}) \dots (10)$$

となる。

## Generalized force

図9から



$$Q_{y1} = X_f \sin \gamma + Y_f \cos \gamma + Y_r \cong Y_f + Y_r$$

$$Q_\psi \cong lY_f - bY_r$$

$$Q_\phi \cong -t\delta(Z_f \cos \phi - Y_f \sin \phi)$$

$$Q_\delta \cong -K\dot{\delta} + t\left[\{(X_f - Y_f\gamma)\cos \varepsilon + (Y_f \sin \phi - Z_f \cos \phi)\sin \varepsilon\}\delta - (Y_f \cos \phi + Z_f \sin \phi)\right] + \tau$$

・・・ (上から順に) (11)、(12)、(13)、(14)

ここで  $\sin \gamma \cong \gamma$  でおきかえ、 $\cos \gamma \cong 1$  とすれば、フロントホイールに掛かる荷重  $Z_f$  は一定値をとる。

## Tyre side force

タイヤの横力はサイドスリップとキャンバー角の関数。図 10 はフロントホイールが動いた時を示している。EI のもつ単位ベクトルは

$$EI = \begin{bmatrix} -\delta \cos \varepsilon \\ \cos \phi - \delta \sin \varepsilon \sin \phi \\ \sin \phi + \delta \sin \varepsilon \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$\text{それゆえ } \sin \phi_f = \sin \phi + \delta \sin \varepsilon \cos \phi \quad \dots (15)$$

また、

$$\sin \gamma = \frac{JK}{EJ} = \frac{\delta \cos \varepsilon}{\sqrt{1 - (\sin \phi + \delta \sin \varepsilon \cos \phi)^2}}$$

・・・ (16)

フロントタイヤの接地点での前進速度は (9) 式と  $t\delta \cos \phi \cdot \dot{\psi} \ll \dot{x}_1$  から

$$\dot{x}_1 + t\delta \cos \phi \cdot \dot{\psi}$$

また、横方向の速度は (9) 式から

$$\dot{y}_1 + l\dot{\psi} + t(\delta \sin \phi \cdot \dot{\phi} - \dot{\delta} \cos \phi)$$

それゆえ

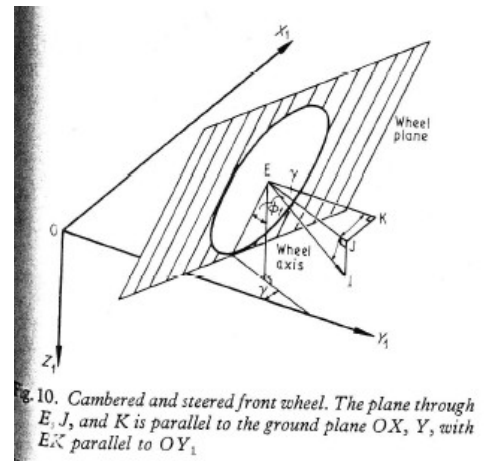
$$\alpha_f \cong \tan^{-1} \left[ \frac{1}{\dot{x}_1} \left\{ \dot{y}_1 + l\dot{\psi} + t(\delta \sin \phi \cdot \dot{\phi} - \dot{\delta} \cos \phi) \right\} \right] - \gamma$$

$$\alpha_r \cong \tan^{-1} \left[ \frac{1}{\dot{x}_1} (\dot{y}_1 - b\dot{\psi}) \right]$$

・・・ (17)

ただし、リアホイールのキャンバー角は単純に  $\phi$  である。

サイドスリップやキャンバー角が小さい時は、定常状態の横力は正確にサイドスリップとキャンバー角の線形関数



として表される。

$$\begin{aligned} Y'_f &= C_{f1}\alpha_f + C_{f2}\phi_f \dots (18) 、 (19) \quad (\text{上から順}) \\ Y'_r &= C_{r1}\alpha_r + C_{r2}\phi \end{aligned}$$

$Y_f, Y_r$  は(10)式によって定常状態の値と関係づけられている。

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_f}{\dot{x}_1} \dot{Y}_f + Y_f &= Y'_f \\ \dots (20) \\ \frac{\sigma_r}{\dot{x}_1} \dot{Y}_r + Y_r &= Y'_r \end{aligned}$$

これはタイヤの緩和特性がわかっているときである。

この特性は(20)式のうち  $Y_f = Y'_f$ 、 $Y_r = Y'_r$  と置換した場合、解析から取り除くことができる。

## Liner equation of motion

以上から運動エネルギーと位置エネルギーが示され、一般化力については(11)～(14)、タイヤの横力は(18)～(20)、横滑りとキャンバー角は(15)～(17)の式で示された。

よって、標準フォーム（ラグランジュの運動方程式）を使用する横方向の式（6）と他の3つの式用に必要なすべての項が準備されたことになる。

二次とそれ以上の高次項を無視した方程式はそれぞれ、

### 横方向

$$(M_f + M_r)(\ddot{y}_1 + \dot{x}_1\dot{\psi}) + M_f k \ddot{\psi} + (M_f j + M_r h)\ddot{\phi} + M_f e \ddot{\delta} - Y_f - Y_r = 0$$

### ヨーイング

$$\begin{aligned} M_f k \ddot{y}_1 + (M_f e k + I_{fz} \cos \varepsilon) \ddot{\delta} - \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \varepsilon \cdot \dot{x}_1 \dot{\delta} + \{M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \varepsilon \cos \varepsilon\} \ddot{\phi} \\ - \left( \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry} + \lambda i}{R_r} \right) \dot{x}_1 \dot{\phi} + (M_f k^2 + I_{rz} + I_{fx} \sin^2 \varepsilon + I_{fz} \cos^2 \varepsilon) \ddot{\psi} + M_f k \dot{x}_1 \dot{\psi} - l Y_f + b Y_r = 0 \end{aligned}$$

### ローリング

$$\begin{aligned} (M_f j + M_r h) \ddot{y}_1 + (M_f e j + I_{fz} \sin \varepsilon) \ddot{\delta} + \frac{i_{fy}}{R_f} \cos \varepsilon \cdot \dot{x}_1 \dot{\delta} + (t Z_f - M_f e g) \delta \\ + (M_f j^2 + M_r h^2 + I_{rx} + I_{fx} \cos^2 \varepsilon + I_{fz} \sin^2 \varepsilon) \ddot{\phi} \\ - (M_f j + M_r h) g \phi + \{M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \varepsilon \cos \varepsilon\} \ddot{\psi} + \left( M_f j + M_r h + \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry} + \lambda i}{R_r} \right) \dot{x}_1 \dot{\psi} = 0 \end{aligned}$$

### ステアリング

$$\begin{aligned} M_f e \ddot{y}_1 + (I_{fz} + M_f e^2) \ddot{\delta} + K \dot{\delta} + (tZ_f - M_f e g) \sin \varepsilon \cdot \delta + (M_f e j + I_{fz} \sin \varepsilon) \ddot{\phi} - \frac{i_{fy}}{R_f} \cos \varepsilon \cdot \dot{x}_1 \dot{\phi} \\ + (tZ_f - M_f e g) \phi + (M_f e k + I_{fz} \cos \varepsilon) \ddot{\psi} + \left( M_f e + \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \varepsilon \right) \dot{x}_1 \dot{\psi} + tY_f = \tau \end{aligned}$$

### フロントタイヤ

$$\frac{\sigma_f}{\dot{x}_1} \dot{Y}_f + Y_f = C_{f1} \left( \delta \cos \varepsilon - \frac{\dot{y}_1 + l \dot{\psi} - t \dot{\delta}}{\dot{x}_1} \right) + C_{f2} (\phi + \delta \sin \varepsilon)$$

### リアタイヤ

$$\frac{\sigma_r}{\dot{x}_1} \dot{Y}_r + Y_r = C_{r1} \left( \frac{b \dot{\psi} - \dot{y}_1}{\dot{x}_1} \right) + C_{r2} \phi$$

## Appendix 2

タイヤが横滑りしない条件は  $\alpha_f = \alpha_r = 0$  にて示される。

(16)(17)式により

$$\frac{1}{\dot{x}_1} (\dot{y}_1 + l\dot{\psi} - t\dot{\delta}) - \delta \cos \varepsilon = 0$$

また、 $\dot{y}_1 = b\dot{\psi}$  によって

$$\dot{\psi} = \frac{\dot{x}_1 \cos \varepsilon \cdot \delta + t\dot{\delta}}{b+l} \quad \text{かつ} \quad \dot{y}_1 = \left( \frac{b}{b+l} \right) (\dot{x}_1 \cos \varepsilon \cdot \delta + t\dot{\delta})$$

したがって、 $\dot{x} = \text{一定}$  の条件で

$$\ddot{\psi} = \frac{\dot{x}_1 \cos \varepsilon \cdot \dot{\delta} + t\ddot{\delta}}{b+l} \quad \text{かつ} \quad \ddot{y}_1 = \left( \frac{b}{b+l} \right) (\dot{x}_1 \cos \varepsilon \cdot \dot{\delta} + t\ddot{\delta})$$

である。

これらの表現を運動方程式中に代わりに用い、 $Y_f$ ,  $Y_r$  を取り除くと、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \left[ (M_f j + M_r h) b t + M_f e j l_1 + I_{fz} \sin \varepsilon \cdot l_1 + \{ M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \varepsilon \cos \varepsilon \} t \right] \ddot{\delta} \\ & + \left[ \begin{aligned} & (M_f j + M_r h) b \cos \varepsilon \cdot \dot{x}_1 + \frac{i_{fy}}{R_f} \dot{x}_1 \cos \varepsilon \cdot l_1 + \{ M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \varepsilon \cos \varepsilon \} \dot{x}_1 \cos \varepsilon \\ & + \left( M_f j + M_r h + \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry} + \lambda i}{R_r} \right) \dot{x}_1 t \end{aligned} \right] \dot{\delta} \\ & + \left[ -M_f e l_1 g + \left( M_f j + M_r h + \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry} + \lambda i}{R_r} \right) \dot{x}_1^2 \cos \varepsilon + Z_f t l_1 \right] \delta \\ & + (M_f j^2 + M_r h^2 + I_{rx} + I_{fx} \cos^2 \varepsilon + I_{fz} \sin^2 \varepsilon) l_1 \ddot{\phi} \\ & - (M_f j + M_r h) g l_1 \phi \\ & = 0 \end{aligned}$$

および、

$$\begin{aligned}
& \left[ I_{fz} l_1^2 + M_f e^2 l_1^2 + t^2 \{ (M_f + M_r) b^2 \} + 2M_f b k + M_f k^2 + I_{rz} + I_{fx} \sin^2 \varepsilon + I_{fz} \cos^2 \varepsilon \right] \ddot{\delta} \\
& + \left[ M_f e b l_1 \dot{x}_1 \cos \varepsilon + (M_f e k + I_{fz} \cos \varepsilon) l_1 \dot{x}_1 \cos \varepsilon + \left( M_f e + \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \varepsilon \right) \dot{x}_1 l_1 t + K l_1^2 \right. \\
& \quad \left. + t \left\{ (M_f + M_r) b^2 \dot{x}_1 \cos \varepsilon + 2M_f b k \dot{x}_1 \cos \varepsilon + (M_f + M_r) b t \dot{x}_1 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{i_{fy}}{R_f} l_1 \dot{x}_1 \sin \varepsilon + (M_f k^2 + I_{rz} + I_{fx} \sin^2 \varepsilon + I_{fz} \cos^2 \varepsilon) \dot{x}_1 \cos \varepsilon + M_f k t \dot{x}_1 \right\} \right] \dot{\delta} \\
& + \left[ Z_f t l_1^2 \sin \varepsilon - M_f e l_1^2 g \sin \varepsilon + \left( M_f e + \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \varepsilon \right) \dot{x}_1^2 l_1 \cos \varepsilon \right] \delta \\
& + \left[ t \{ (M_f + M_r) \dot{x}_1^2 b \cos \varepsilon + M_f k \dot{x}_1^2 \cos \varepsilon \} \right] \delta \\
& + \left[ M_f e j l_1^2 + I_{fz} l_1^2 \sin \varepsilon + b l_1 t (M_f j + M_r h) + t l_1 \{ M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \varepsilon \cos \varepsilon \} \right] \ddot{\phi} \\
& + \left[ -\frac{i_{fy}}{R_f} l_1 \cos \varepsilon - t \left( \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry} + \lambda i}{R_r} \right) \right] l_1 \dot{x}_1 \dot{\phi} + (Z_f t - M_f e g) l_1^2 \phi \\
& = 0
\end{aligned}$$

ここで、 $l_1=b+1$  はホイールベースであり、ステアリングトルクは適用していない。これらの方程式は Fig.7 の結果を与えるために使用した。

### APPENDIX 3,4

APPENDIX 3,4 は シミュレーションに使用したパラメータ値一覧：和訳省略 → 原文参照のこと

### APPENDIX 5

APPENDIX 5 は参照論文一覧：和訳省略 → 原文参照のこと